

Al cabo de t segundos el objeto ha recorrido una distancia vt . Sea y = distancia del extremo de la sombra a O .

$$\frac{y - vt}{y} = \frac{h}{H} \text{ o sea } y = \frac{Hvt}{H - h} \text{ y } V = \frac{dy}{dt} = \frac{Hv}{H - h} = \frac{1}{1 - h/H} v$$

Por consiguiente, la velocidad del extremo de la sombra es proporcional a la velocidad del objeto, y el factor de proporcionalidad depende de la relación h/H . Cuando $h \rightarrow 0$, $V \rightarrow v$, mientras que si $h \rightarrow H$, V aumenta mucho más rápidamente.

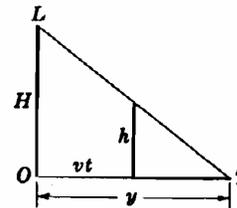


Fig. 11-4

Problemas propuestos

9. Las dimensiones de un depósito paralelepípedo son en metros, 8 largo, 2 de ancho y 4 de profundidad. Se llena de agua a razón de 2 metros cúbicos por minuto, hallar la variación de la altura del nivel, con respecto al tiempo, cuando la profundidad del agua es de 1 metro. *Sol.* 1/8 m/min.
10. Un líquido penetra en un tanque cilíndrico vertical de 6 metros de radio a razón de 8 metros cúbicos por minuto. Hallar la variación de la altura del nivel del agua con respecto al tiempo. *Sol.* $2/9\pi$ m/min.
11. Un objeto de 5 metros de altura se encuentra justamente debajo de un foco de luz de la calle situado a 20 metros de altura. Suponiendo que el objeto se mueve a una velocidad de 4 metros por segundo, calcular: (a) la velocidad del extremo de la sombra, (b) la variación de la longitud de la sombra en la unidad de tiempo. *Sol.* (a) $16/3$ m/s. (b) $4/3$ m/s.
12. Un globo se eleva desde un punto A de la tierra a una velocidad de 15 metros por segundo y su ascenso se observa desde otro punto B situado en la horizontal que pasa por A y a una distancia de este punto de 30 metros. Hallar la variación de la distancia del punto B al globo cuando la altura de éste es de 40 metros. *Sol.* 12 metros/segundo.
13. Una escalera de 20 metros se apoya contra un edificio. Hallar (a) la velocidad a la que se mueve el extremo superior cuando el inferior se aleja del edificio a una velocidad de 2 metros por segundo y se encuentra a una distancia de él de 12 metros, (b) la velocidad a la que disminuye la pendiente. *Sol.* (a) $3/2$ m/s., (b) $25/72$ cada segundo.
14. De un recipiente cónico de 3 metros de radio y 10 de profundidad sale agua a razón de 4 metros cúbicos por minuto. Hallar la variación, con respecto al tiempo, de la altura de la superficie libre y del radio de ésta cuando la profundidad del agua es de 6 metros. *Sol.* $100/81\pi$ m/min, $10/27\pi$ m/min.
15. Un barco, cuya cubierta está a una distancia de 10 metros por debajo de la superficie de un muelle, es arrastrado hacia éste por medio de un cable unido a la cubierta y que pasa por una argolla situada en el muelle. Sabiendo que cuando el barco se encuentra a una distancia del muelle de 24 metros, aproximándose con una velocidad de $3/4$ metros por segundo, hallar la velocidad del extremo del cable. *Sol.* $9/13$ m/s.
16. Un muchacho lanza una cometa a una altura de 150 metros. Sabiendo que la cometa se aleja del muchacho a una velocidad de 20 metros por segundo, hallar la velocidad a la que suelta el hilo cuando la cometa se encuentra a una distancia de 250 metros del muchacho. *Sol.* 16 m/s.
17. Un tren que sale a las 11 horas de la mañana se dirige hacia el este a una velocidad de 45 kilómetros por hora, mientras que otro, que sale al mediodía desde la misma estación, se dirige hacia el sur a una velocidad de 60 kilómetros por hora. Hallar la velocidad a que se separan ambos trenes a las tres de la tarde. *Sol.* $150\sqrt{2}/2$ km/h.
18. Un foco de luz está situado en la cúspide de una torre de 80 metros de altura. Desde un punto situado a 20 metros del foco y a su misma altura, se deja caer una pelota. Suponiendo que ésta cae según la ley $s = 16t^2$, hallar la velocidad a la que se mueve la sombra de la pelota sobre el suelo, un segundo después de empezar a caer. *Sol.* 200 m/s.
19. Un barco A se encuentra a una distancia de 15 millas al este de un punto O , y se mueve hacia el oeste a una velocidad de 20 millas por hora. Otro barco B , a 60 millas de O , se mueve hacia el norte a una velocidad de 15 millas por hora. Determinar: (a) si los barcos se aproximan o se separan al cabo de 1 hora y a qué velocidad, (b) ídem al cabo de 3 horas, (c) el momento en que están más próximos. *Sol.* (a) Aprox., $115\sqrt{82}$ millas/h; (b) Sep. $9\sqrt{10}/2$ millas/h; (c) 1 h. 55 min.
20. Un depósito cónico, de 8 metros de diámetro y 16 de profundidad, se llena de agua a razón de 10 metros cúbicos por minuto. Sabiendo que el depósito en cuestión tiene una fuga y que cuando la profundidad del agua es de 1 metro el nivel se eleva a razón de $1/3$ metros por minuto, hallar la cantidad de agua que abandona el depósito en la unidad de tiempo. *Sol.* $(10 - 3\pi)$ m³/min.
21. Una solución llega a un depósito cilíndrico de 30 centímetros de diámetro después de haber pasado por un filtro cónico de 60 centímetros de profundidad y 40 de diámetro. Hallar la velocidad a la que se eleva la superficie libre de la solución en el cilindro, sabiendo que cuando su profundidad en el filtro es de 30 centímetros, su nivel desciende a razón de 2,5 centímetros por minuto. *Sol.* $10/9$ cm/min.